

MAT 2742, Automne 2011

Devoir 5

Professeur : Alistair Savage

Date de remise : 1 décembre 2011 à 10h00

Vous devez montrer votre travail pour chaque question.

1. (5 points) Considérer la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -4 \\ 2 & 2 & -2 \\ -4 & -2 & 5 \end{bmatrix}.$$

Les valeurs propres de A sont 1 et 10. Diagonaliser orthogonalement A . C'est-à-dire, trouver une matrice orthogonale P et une matrice diagonale D telles que $A = PDP^T$.

2. (6 points) Trouver le minimum de $4x_1^2 - 4x_1x_2 + 4x_2^2 + 3x_3^2$ sujet à la condition que $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1$. Déterminer aussi les valeurs de x_1, x_2, x_3 qui donnent ce minimum. Quel est le maximum? Vous ne devez pas trouver les valeurs des variables qui donnent le maximum.

3. (8 points) Considérer la condition quadratique $5x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_2^2 = 12$.

- (a) Donner la matrice symétrique A qui représente la forme quadratique $5x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_2^2$.
- (b) Trouver une décomposition $A = PDP^T$, où P est une matrice orthogonale et D est une matrice diagonale.
- (c) Trouver un changement de variable qui donne une forme sans terme rectangle. Donner la transformation et la nouvelle forme.
- (d) Écrire la condition sous la forme $z_1^2 + z_2^2 = 1$. Préciser x_1 et x_2 en termes de z_1 et z_2 .

4. (9 points) Décomposer la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 2 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

en valeurs singulières.